Das Zyklotron

Ein Zyklotron besteht aus zwei hohlen D-förmigen Elektroden („Duanten"), zwischen denen eine Wechselspannung angelegt wird, damit die Teilchen bei jedem Umlauf beschleunigt werden.

Innerhalb der Elektroden wirkt nur das B-Feld („Faradayscher Käfig").
Umlaufdauer der beschleunigten Teilchen:

$$F_Z = F_L$$
$$\Leftrightarrow \quad \frac{m \cdot v^2}{r} = q \cdot v \cdot B \qquad |:v|:m$$
$$\Leftrightarrow \quad \frac{v}{r} = \frac{q}{m} \cdot B = \omega = \frac{2\pi}{T} \quad \Rightarrow T = \frac{2\pi}{B \cdot q/m} = \frac{2\pi \cdot m}{qB} \qquad (*)$$

Die Umlaufdauer und damit die Aufenthaltszeit in jeweils einem Duanten ist konstant. Daher kann die Spannung auch mit einer konstanten Frequenz umgepolt werden.

Aufgaben

1. Ein α-Teilchen besitzt eine Masse von $6{,}64 \cdot 10^{-27}$ kg. Berechnen Sie den Radius der Kreisbahn, die ein α-Teilchen beschreibt, wenn es von der Spannung $U = 200$ V beschleunigt in einem Magnetfeld der Stärke $B = 120$ mT senkrecht zu den Feldlinien fliegt.
2. In einem Zyklotron ist der maximale Krümmungsradius der Bahnkurve von geladenen Teilchen $R = 0{,}8$ m. Die magnetische Feldstärke beträgt $B = 1{,}5$ T. Ermitteln Sie die Potentialdifferenz, die Protonen in einem elektrischen Feld durchlaufen müssten, um dieselbe Endgeschwindigkeit wie in dem Zyklotron zu erhalten.
3. Ein Zyklotron gibt α-Teilchen ($m = 6{,}64 \cdot 10^{-27}$ kg) mit einer Energie von $2{,}5 \cdot 10^{-12}$ J ab. Die magnetische Feldstärke beträgt 2 T. Berechnen Sie den größten Krümmungsradius der Bahnkurven dieser α-Teilchen.

1.

$geg.: U = 200\,V;\ m = 6{,}64 \cdot 10^{-27}\,kg;\ B = 0{,}12\,T$
$ges.: r$

$$E_{el} = E_{kin}$$
$$\Leftrightarrow \quad qU = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$
$$\Rightarrow \quad v = \sqrt{2q/mU}$$

(aus (*) folgt:)

$$\Leftrightarrow \quad r = \frac{1}{B} \cdot \sqrt{\frac{2mU}{q}} = 2{,}4\,cm$$

2.

$geg.:$ max. Radius $R = 0{,}8\,m;\ B = 1{,}5\,T;\ m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\,kg;\ q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C$
$ges.:$ U, das im Linearbeschleuniger anliegen müsste, um das v_{max} des Zyklotrons zu erreichen

(aus (*) folgt:)

$$v = \frac{RqB}{m} \qquad [= 1{,}15 \cdot 10^8\,m/s = 0{,}38\,c \qquad \textit{Muss eigentlich relativistisch gerechnet werden!!!}]$$

$$E_{el} = E_{kin}$$
$$\Leftrightarrow \quad qU = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow U = \frac{m \cdot v^2}{2q} = \frac{mR^2 q^2}{2q \cdot B^2 m^2} = \frac{q R^2 B^2}{2m} = 6{,}9 \cdot 10^7\,V = 69\,MV$$

3.

$geg.: E = 2{,}5 \cdot 10^{-12}\,J;\ m = 6{,}64\,10^{-27}\,kg;\ q = 3{,}2 \cdot 10^{-19}\,C;\ B = 2\,T$
$ges.: R$

$$E = E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot mv^2 \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2E}{m}} \qquad [= 2{,}74 \cdot 10^7\,m/s]$$

(aus (*) folgt:)

$$R = \frac{mv}{qB} = 0{,}285\,m$$