



Modul T-E Bogenmaß

Es gab mal wieder Pizza von einem beliebten Bringedienst mit einem Durchmesser von 26 cm. Frank misst den Rand seines Stückes und kommt auf 6,81 cm. Kann man damit den Winkel des Pizzastücks eigentlich berechnen?

Dabei hilft uns das **Bogenmaß**.

Frank hat die Bogenlänge des Pizzastücks gemessen $\ell = 6,81 \text{ cm}$.

Der gesamte Umfang der Pizza beträgt
 $U = 2\pi \cdot r = 2\pi \cdot 13 \text{ cm} \approx 81,68 \text{ cm}$.



Zu diesem Umfang gehört ein Vollkreis mit Radius $r = 13 \text{ cm}$ und einem Winkel von 360° .

Mit Hilfe des Dreisatzes erhalten wir nun:

$$\frac{6,81 \text{ cm}}{81,68 \text{ cm}} = \frac{\alpha}{360^\circ} \Leftrightarrow \alpha = \frac{6,81 \text{ cm}}{81,68 \text{ cm}} \cdot 360^\circ \approx 30,0^\circ$$

Frank hatte also ein Stück mit einem Winkel von 30° , also $\frac{1}{12}$ Pizzastück.

In unserer Rechnung sieht man, dass auf der rechten Seite das Verhältnis von Winkel α zum Vollkreiswinkel 360° steht. Und auf der linken Seite das Verhältnis der Bogenlänge ℓ zum Umfang des „Pizzakreises“.

$$\frac{\ell}{2\pi \cdot r} = \frac{\alpha}{360^\circ} \Leftrightarrow \frac{\ell}{r} = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi$$

Nehme ich dieses Verhältnis der Bogenlänge zum Radius eines Kreises, dann ist dieser Wert proportional zum Winkel α , da die anderen Werte auf der rechten Seite konstant sind. Es ist eine einfache reelle Zahl, da sich sowohl links [die Längenmaßzahl, z.B. cm] als auch rechts [die Winkelmaßzahl °] wegekürzt.

Diese Zahl misst ebenfalls den Winkel, man nennt sie das **Bogenmaß b des Winkels α** .

Es gelten die Umrechnungen:

$$\boxed{b = \frac{\ell}{r} = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi} \quad \text{und} \quad \boxed{\alpha = \frac{b}{2\pi} \cdot 360^\circ = \frac{\ell}{2\pi \cdot r} \cdot 360^\circ}$$